UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA JUNIO 2002

Tiempo disponible:1 h 30 min

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARA A ESTE EJERCICIO :(véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones **A** y **B.** Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán de estar debidamente justificados

OPCIÓN A

A.1.-(1'3 puntos)a) Discute el sistema: $\begin{cases} (a^2-1)x+(a-1)y=0 \\ a^2y+z=0 \\ (a^2-1)x+ay+z=1 \end{cases}$ según el valor del parámetro **a**

b) **.-**(1'2 puntos) Halla, si existe, la solución cuando **a = 4**

A.2.- La recta $\begin{cases} x+y=1 \\ \lambda x+z=1 \end{cases}$ corta en **P** y **Q**, respectivamente, a los planos **y = 0** y **x = 0**

a) (1'3 puntos) Determinar los puntos (si los hay) en el eje **OZ** que equidistan de **P** y **Q**. Naturalmente estos posibles puntos dependen del valor de λ

b) (1'2 puntos) Determinar λ para que, además, los puntos del eje **OZ** formen con **P** y **Q** un triángulo equilátero.

A.3.- Se sabe que la función $f(x)=x^3+ax+b$ corta a su función derivada en **x = 1** y que además en dicho punto **f** tiene un extremo

a)(1 punto) Determinar los valores de **a** y **b**

b) (0'5 puntos) Determina la naturaleza del extremo que **f** tiene en **x = 1**

c)(1 punto) ¿Tiene algún otro extremo?

A.4.- Sean las funciones $f(x)=\ln x-b$, $g(x)=a\sqrt{x}+b$ ***.Nota:*** *el logaritmo es neperiano*

a) (1 punto) Determinar **a** y **b** para que ambas funciones sean tangentes entre si al pasar por **x = 1**

b) (1 punto) Determina en que puntos se anula cada una de estas funciones

c) (0'5 puntos) Determina cual es el dominio de la función producto $h(x)=f(x).g(x)$

OPCIÓN B

B.1. Sea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}; a,b \in \Re \right\}$

a) (1 punto) Prueba que si $A, B \in M$ también **A + B** y **A.B** estan en **M**

b)(1'5 puntos) Determina las matrices **C = M** que verifiquen que $\mathbf{C^2 = 2C}$

B.2.Sabemos que en el plano el lugar geométrico de todos los puntos equidistantes de dos dados es una recta. Pues bien ocurre que si en lugar de pedir que el cociente de la distancias sea **1**, elegimos otro valor fijo, el lugar geométrico pasa a ser una circunferencia.

a)(1 punto) Comprueba esta afirmación tomando como puntos **(- 1 , 0)** y **(1 , 0)** y un parámetro λ como cociente de las distancias

b)(1 punto) Da una expresión del centro y el radio de la circunferencia del apartado a) en función de λ

c)(0'5 puntos) Representar la figura para $\lambda = 2$

B.3.- Sea la integral $\int e^{2x} sen\ e^{x} dx$

a)(1'5 puntos) Intégrala mediante el cambio $\mathbf{t = e^x}$

b)(1 punto) Calcula la constante de integración para que la función integral pase por el origen de coordenadas.

B.4.- Sea $f(x) = x|x-1|^2$

a)(2 puntos) Hallar los extremos y puntos de inflexión de la función **f**

b) (0'5 puntos) Calcula el límite de **f** en $+\infty\ y -\infty$